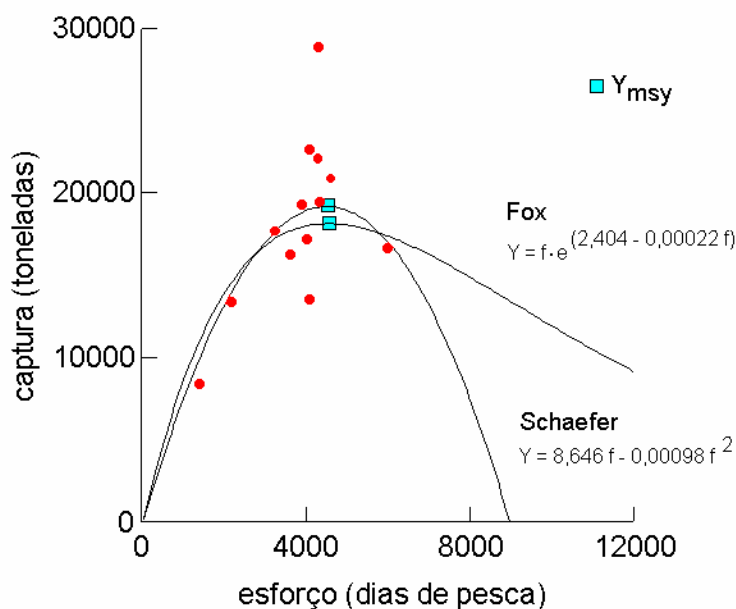


## Introdução aos Modelos de Produção Excedente: uma Ferramenta para o Manejo Pesqueiro



## **República Federativa do Brasil**

*Luiz Inácio Lula da Silva*

Presidente

## **Ministério da Agricultura e do Abastecimento**

*Roberto Rodrigues*

Ministro

## **Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária - Embrapa**

### **Conselho de Administração**

*José Amauri Dimárzzio*

Presidente

*Clayton Campanhola*

Vice-Presidente

*Alexandre Kalil Pires*

*Hélio Tollini*

*Ernesto Paterniani*

*Luis Fernando Rigato Vasconcellos*

Membros

### **Diretoria-Executiva da Embrapa**

*Clayton Campanhola*

Diretor-Presidente

*Gustavo Kauark Chianca*

*Herbert Cavalcante de Lima*

*Mariza Marilena Tanajura Luz Barbosa*

Diretores Executivos

### **Embrapa Pantanal**

*Emiko Kawakami de Resende*

Chefe-Geral

*José Anibal Comastri Filho*

Chefe-Adjunto de Administração

*Alesca Oliveira Pellegrin*

Chefe-Adjunto de Pesquisa e Desenvolvimento

*José Robson Bezerra Sereno*

Chefe-Adjunto de Comunicação e Negócios



ISSN 1517-1981  
Dezembro, 2004

*Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária  
Centro de Pesquisa Agropecuária do Pantanal  
Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento*

## **Documentos 69**

# **Introdução aos Modelos de Produção Excedente: uma Ferramenta para o Manejo Pesqueiro**

Agostinho Carlos Catella

Corumbá, MS  
2004

Exemplares desta publicação podem ser adquiridos na:

**Embrapa Pantanal**

Rua 21 de Setembro, 1880, CEP 79320-900, Corumbá, MS

Caixa Postal 109

Fone: (67) 233-2430

Fax: (67) 233-1011

Home page: [www.cpap.embrapa.br](http://www.cpap.embrapa.br)

Email: [sac@cpap.embrapa.br](mailto:sac@cpap.embrapa.br)

**Comitê de Publicações:**

Presidente: *Aiesca Oliveira Pellegrin*

Secretário-Executivo: *Suzana Maria de Salis*

Membros: *Débora Fernandes Calheiros*

*Marçal Henrique Amici Jorge*

*José Robson Bezerra Sereno*

Secretária: *Regina Célia Rachel dos Santos*

Supervisor editorial: *Suzana Maria de Salis e Balbina Maria Araújo Soriano*

Revisora de texto: *Mirane Santos da Costa*

Normalização bibliográfica: *Romero de Amorim*

Tratamento de ilustrações: *Regina Célia R. dos Santos*

Foto(s) da capa: *Agostinho Carlos Catella*

Editoração eletrônica: *Regina Célia R. dos Santos*

*Alessandra Cosme Dantas*

**1ª edição**

1ª impressão (2004): formato digital

**Todos os direitos reservados.**

A reprodução não-autorizada desta publicação, no todo ou em parte, constitui violação dos direitos autorais (Lei nº 9.610).

---

Catella, Agostinho Carlos.

Introdução aos modelos de produção excedente: uma ferramenta para o manejo pesqueiro / Agostinho Carlos Catella. – Corumbá: Embrapa Pantanal, 2004.

27p.; 16 cm. (Documentos / Embrapa Pantanal, ISSN 1517-1973; 64)

1. Avaliação de estoques. 2. Modelos sintéticos. 3. Pesca. I. Catella, Agostinho Carlos. II. Embrapa Pantanal. III. Título. IV. Série

---

CDD: 591.7 (21.ed.)

© Embrapa 2004

# **Autores**

## **Agostinho Carlos Catella**

Biólogo, Dr. em Biologia de Água Doce e Pesca Interior  
Embrapa Pantanal

Rua 21 de Setembro, 1880, Caixa Postal 109,  
CEP 79.320-900, Corumbá, MS

Telefone (67) 233-2430  
catella@cpap.embrapa.br

# Agradecimentos

Ao Prof. Dr. Miguel Petrere Jr. (UNESP Rio Claro-SP), meu orientador de doutorado junto ao Instituto Nacional de Pesquisas da Amazônia – INPA, Manaus (AM), ocasião em que foi desenvolvido este estudo; e aos *referees* da Embrapa Pantanal.

# Apresentação

Neste documento, encontra-se uma introdução aos modelos de produção excedente, que constituem uma das ferramentas matemáticas disponíveis para os estudos de avaliação do nível de exploração dos estoques pesqueiros.

A principal característica destes modelos é que utilizam poucos parâmetros, que são obtidos a partir dos dados que são normalmente registrados nas estatísticas de pesca. De modo geral, eles relacionam a captura anual obtida para uma espécie ao esforço pesqueiro que foi empreendido.

Ao longo do texto, são apresentados os principais conceitos que nortearam o desenvolvimento destes modelos e suas equações, constituindo uma base introdutória para o estudo deste tema.

*Emiko Kawakami de Resende*  
Chefe-Geral da Embrapa Pantanal

# Sumário

Introdução aos Modelos de Produção Excedente: uma Ferramenta para o Manejo Pesqueiro .....	11
Introdução .....	11
Embasamento Teórico dos Modelos .....	12
Modelo de Schaefer .....	16
Modelo de Fox .....	21
Modelo de Pella e Tomlinson .....	23
Limitações dos modelos de produção excedente .....	23
Funções e equações .....	26
Referências Bibliográficas .....	27



# Introdução aos Modelos de Produção Excedente: uma Ferramenta para o Manejo Pesqueiro

---

*Agostinho Carlos Catella*

## Introdução

Os modelos de produção excedente constituem uma das ferramentas disponíveis para os estudos de avaliação do nível de exploração dos estoques pesqueiros e são também denominados modelos sintéticos, holísticos, dinâmicos de biomassa ou simplesmente modelos de produção do estoque. Sua principal característica é que utilizam poucos parâmetros, relacionando os dados anuais de captura por unidade de esforço (CPUE) ao esforço pesqueiro ( $f$ ) empreendido ou à mortalidade por pesca ( $F$ ) e assumem que a biomassa de peixes presente no ambiente é proporcional a essa relação. Consideram o estoque pesqueiro como uma entidade homogênea, sem distinguir os efeitos do recrutamento, crescimento e mortalidade natural, como fazem os modelos analíticos, e focalizam somente a produção líquida do estoque (Ricker, 1975; Sparre et al., 1989, Shepherd, 1988.).

Historicamente, os modelos de produção excedente foram muito difundidos e tornaram-se a ferramenta de avaliação mais utilizada em muitas pescarias (Hilborn e Walters, 1992). Entretanto, observam os autores, esses modelos foram desprestigiados em função de estimativas equivocadas de esforço ótimo ou produção máxima sustentável, quando muitos biólogos pesqueiros optaram por outros modelos baseados na estrutura etária das populações. Segundo Hilborn e Walters (1992), a reputação dos modelos de produção excedente vem sendo reconsiderada, pois, em geral, as estimativas equivocadas foram decorrentes da má qualidade dos dados e não de falhas dos modelos, e consideram, ainda, que esses modelos fornecem melhores estimativas de parâmetros para o manejo nas pescarias onde é difícil estabelecer a idade dos peixes, particularmente em

pescarias tropicais. Sparre et al. (1989) aconselham o uso de modelos sintéticos em situações onde os dados não estão disponíveis, em quantidade e qualidade, para a aplicação de modelos analíticos. Pitcher e Hart (1982) reconhecem que, em termos práticos, a maior vantagem desses modelos é que eles requerem somente dados de captura e esforço de pesca, o tipo de informação que é normalmente acumulado ao longo de muitos anos nas pescarias.

Neste estudo encontra-se uma introdução aos fundamentos biológicos e a dedução das fórmulas dos modelos de produção excedente desenvolvidos por Graham-Schaefer e Fox, baseando-se, sobretudo, nos trabalhos clássicos de Ricker (1975), Pitcher e Hart (1982), Sparre et al. (1989), Hilborn e Walters (1992) e Quinn e Deriso (1999).

## **Embasamento Teórico dos Modelos**

Um dos princípios fundamentais da teoria pesqueira é que existe uma relação, que pode ser repetida, entre a aplicação do esforço de pesca e a captura média obtida. A produção (em peso) cresce com o aumento do esforço de pesca até um certo ponto, a partir do qual declina mesmo com aumento do esforço. A curva dessa função deve ter o formato de cúpula, semelhante a uma parábola. Porém, esse conceito é uma idealização, pois a relação está sujeita a mudanças devido a alterações ambientais, podendo haver flutuações na média de um ano para o outro. Espera-se no entanto que: (1) na ausência de esforço, não haja captura, (2) sob uma intensidade muito elevada de esforço, o estoque seja reduzido a um nível tão baixo que os peixes remanescentes não são capazes de produzir um excedente e (3) a captura ou produção máxima sustentável,  $Y_{MSY}$  (Maximum Sustainable Yield), encontra-se em algum ponto entre esses dois extremos, de nenhum a um esforço muito elevado (Shepherd 1988; Hilborn e Walters, 1992).

A maioria dos estudos empreendida sobre as estatísticas pesqueiras foi no sentido de se estimar a produção máxima sustentável ou produção máxima de equilíbrio de um estoque (Ricker, 1975). Lidando com aspectos de dinâmica e exploração, Quinn e Deriso (1999) definiram de modo sucinto o estoque pesqueiro como sendo uma população agregada que pode ser manejada como unidade discreta, e a produção (yield) como o peso total dos peixes capturados. As pescarias são seletivas e atuam sobre uma porção específica do estoque, que vem a ser o estoque explorável (usable stock), definido por Ricker (1975) como o peso de todos os peixes do estoque, maiores que o tamanho de primeira captura.

O estoque explorável perde indivíduos por da mortalidade natural (predação, parasitismo, acidentes, mutilações e etc.) e, se houver pesca, também por captura efetuada pelo homem, que resulta em perda de biomassa. A regeneração dessa

### 13 *Introdução aos Modelos de Produção Excedente: uma Ferramenta para o Manejo Pesqueiro*

biomassa ocorre somente por meio de recrutamento e crescimento individual dos peixes já recrutados (Ricker, 1975; Pitcher e Hart, 1982, Hilborn e Walters, 1992; Quinn e Deriso, 1999).

Sob condições de equilíbrio, o crescimento líquido de um estoque não explorado é, em média, igual a zero, isto é, todo o recrutamento e o crescimento (ganho de biomassa) são contrabalançados pela mortalidade natural (perda de biomassa). Esse é um estoque virgem e, portanto, encontra-se em sua maior biomassa que o ecossistema comporta, a biomassa virgem ou máxima,  $B_{\infty}$ , que corresponde a sua capacidade suporte no ambiente,  $K$ . Com a pesca, o equilíbrio pende em direção à remoção e, ocasionalmente, o estoque pode ser reduzido até sua extinção comercial. No entanto, mais freqüentemente, um novo equilíbrio é estabelecido porque a diminuição da abundância do estoque resulta (1) numa taxa maior de recrutamento, ou (2) numa taxa maior de crescimento ou (3) em redução da mortalidade natural. Portanto, com a pesca ocorre um aumento da produção do estoque, criando-se uma produção excedente (quantidade de biomassa produzida, além daquela necessária para a reposição), que pode ser explorada (Ricker, 1975, Pitcher e Hart, 1982; Hilborn e Walters, 1992). Esse processo foi elegantemente sintetizado nas palavras de Baranov em 1927: “a pesca, diminuindo a população de peixes, cria, ela mesma, a produção através da qual se mantém”, compilado por Ricker, (1975).

O aumento das capturas durante o desenvolvimento das pescarias geralmente é acompanhado pelo decréscimo de índices de captura por unidade de esforço, CPUE (Hilborn e Walters, 1992). Em termos práticos, considerando-se que a biomassa do estoque é um recurso limitado, compartilhado pelos pescadores atuantes, espera-se que quanto maior o número de pescadores menor seja a quantidade capturada por pescador, isto é, espera-se que a captura por unidade de esforço diminua com o aumento do esforço de pesca,  $f$  (Sparre et al., 1989). As variações da CPUE e de outros índices de impacto da pesca, podem ser utilizadas para medir as taxas de produção excedente (Hilborn e Walters, 1992). Os métodos que relacionam a captura diretamente à abundância do estoque ou ao esforço pesqueiro, baseiam-se no postulado de que um estoque pesqueiro produz o maior excedente, que pode ser explorado pela pesca, quando se encontra em um nível intermediário de abundância, e não em sua abundância máxima (Ricker, 1975). Evidências puramente empíricas sugerem que a produção máxima sustentável ( $Y_{MSY}$ ), equivale a cerca de 8% da produção total de biomassa virgem (Pitcher e Hart 1982). Ricker, (1975) enumera as razões para a diminuição da produção excedente nos níveis mais altos de densidade:

1. Próximo da densidade máxima, a eficiência da reprodução diminui e, freqüentemente, o número de recrutas é menor do que nas densidades mais baixas. Reduzindo-se o estoque aumenta-se o recrutamento.

2. Quando o suprimento alimentar é limitado, os alimentos são convertidos com menor eficiência em carne de peixe nos grandes estoques, do que nos pequenos. Em média, cada peixe em um estoque grande consegue menos alimento individualmente. Assim, uma fração maior de alimento é utilizada para a manutenção e uma fração menor para o crescimento.

3. Um estoque não explorado tende a conter indivíduos mais velhos do que um estoque explorado. Isto reduz a produção, pois: (a) peixes maiores tendem a ingerir presas maiores, portanto, um nível trófico extra é inserido na cadeia alimentar, perdendo-se, conseqüentemente, eficiência na utilização da produção do alimento básico, (b) peixes mais velhos convertem menor fração de alimento em crescimento corporal (pois eles já estão mais próximos de seu comprimento máximo), em parte porque desviam anualmente muito de seu metabolismo para a maturação das gônadas.

O processo de regeneração ou produção de biomassa de um estoque, na ausência de pesca, pode ser representado pela função  $G(B)$ , isto é, a taxa de variação da biomassa em função do tempo (Pitcher e Hart, 1982):

$$dB/dt = G(B) \quad (1.0)$$

Os modelos de produção excedente variam na escolha da função  $G(B)$ , que representa essa taxa de crescimento do estoque em biomassa. O modelo de Schaefer (1954), também denominado Graham-Schaefer, baseia-se no clássico modelo de crescimento logístico de Verhulst, uma curva em formato de "S", e estabelece uma relação linear decrescente entre a CPUE e o esforço de pesca,  $f$ , ou à mortalidade por pesca,  $F$ . Esse modelo tem sido criticado por sua falta de flexibilidade, em que a produção máxima sustentável,  $Y_{MSY}$ , ocorre quando a biomassa do estoque foi reduzida à metade de sua biomassa virgem,  $B_{\infty}$ .

O modelo de Fox (1970), também denominado Gulland-Fox ou Gompertz-Fox, adota a curva de Gompertz, mais realista para crescimento em peso e estabelece uma relação exponencial negativa entre CPUE e  $f$ , que é linearizada aplicando-se logaritmo à CPUE. Esse modelo está sujeito à mesma crítica do anterior, pois a produção máxima sustentável ocorre quando a biomassa do estoque foi reduzida a aproximadamente 37% da biomassa virgem, isto é igual a  $B_{\infty}/e = B_{\infty} \cdot r/q$ , onde  $e$  = base do logaritmo neperiano;  $r$  = taxa instantânea de crescimento do estoque;  $q$  = capturabilidade. Pella e Tomlinson (1969) desenvolveram um modelo geral adicionando um parâmetro,  $m$ , que permite deslocar o nível da biomassa  $B_m$ , que corresponde à produção máxima sustentável, para a esquerda ou para a direita. Quando  $m = 2$  o modelo de Pella e Tomlinson se reduz ao de

## 15 *Introdução aos Modelos de Produção Excedente: uma Ferramenta para o Manejo Pesqueiro*

Schaefer e quando  $m = 1$  se reduz ao modelo de Fox (Pitcher e Hart, 1982, Quinn e Deriso, 1999). Esse modelo se ajusta bem aos dados observados; entretanto, ressalva Ricker (1975), se não forem estabelecidos limites para os valores de  $m$ , as estimativas dos demais parâmetros ( $r$ ,  $B_{\infty}$  e  $q$ ) serão, em geral, pouco razoáveis, o que o torna de pouca utilidade prática até o presente. O modelo de Pella e Tomlinson passou a ser utilizado extensivamente a partir da popularização do programa GENPROD da FAO, que facilitou a estimativa dos parâmetros (Hilborn e Walters, 1992), mas ajustando-o, freqüentemente, para conjuntos inapropriados de dados (Pitcher e Hart, 1982).

Os modelos de Schaefer e Fox assumem que a CPUE diminui com o aumento do esforço de pesca. O primeiro implica que sob um esforço muito elevado a relação se iguala a zero, enquanto no segundo, sob um esforço de pesca muito elevado, essa relação diminui mas nunca se iguala a zero. Portanto, as curvas geradas por esses dois modelos são próximas inicialmente ( $f$  pequeno) e a escolha torna-se importante somente quando são observados valores relativamente elevados de  $f$  (Sparre et al., 1989). Segundo esses autores, não é possível apontar um desses modelos como superior ao outro, podendo-se optar por aquele que parece mais razoável ao caso estudado, ou aquele que apresentar o melhor ajuste aos dados. Afirmam ainda que é possível considerá-los inteiramente empíricos; se, por exemplo, as observações de CPUE *versus*  $f$  se ajustarem melhor ao modelo de Fox, este deve ser aplicado sem se preocupar com as possíveis explicações biológicas. Opondo-se a essa visão, Pitcher e Hart (1982) consideram crucial compreender que as previsões de  $Y_{MSY}$  e  $f_{MSY}$ , a partir desses modelos, dependem inteiramente da forma da função  $G(B)$ . Portanto, continuam, é muito importante escolher aquele que melhor representa o crescimento do estoque, mas reconhecem que muitas vezes isto é difícil de ser feito, especialmente quando se utiliza o modelo de Pella e Tomlinson.

Somando-se a essas críticas, Shepherd (1988), questiona as condições em que são utilizados esses modelos. Argumenta que a simples regressão entre a CPUE e o esforço de pesca é estatística e conceitualmente dúbio, porque ajusta aos dados um modelo que é válido somente nas condições em que foi aplicado, que são invariavelmente transitórias (portanto, um experimento sem repetição) e a regressão está sujeita à correlação espúria.

A seguir, são desenvolvidos matematicamente os modelos de Schaefer (Equações 1.1 a 1.14) e Fox (Equações 1.15 a 1.21), baseando-se em Pitcher e Hart (1982) e, principalmente, em Ricker (1975).

## Modelo de Schaefer

O modelo de Schaefer foi desenvolvido como modelo de pesca por diversos autores, tais como Graham (1935), Schaefer (1954), Ricker (1975) entre outros, segundo Quinn e Deriso (1999). Schaefer deu uma brilhante contribuição apresentando um artifício matemático que permitiu ajustar o modelo diretamente aos dados reais, que são obtidos de maneira fácil e rotineira da pesca (Pitcher e Hart, 1982).

Graham (1935) *apud* Ricker (1975) postulou que, “sob condições de equilíbrio, a taxa instantânea de produção excedente de um estoque, a soma de recrutamento e crescimento menos a mortalidade, é diretamente proporcional à sua biomassa,  $B$  (multiplicado pela taxa intrínseca de crescimento da biomassa,  $r$  (Pitcher e Hart, 1982)) e também à diferença entre essa biomassa real e a biomassa máxima,  $B_{\infty}$ , que o ambiente pode suportar”, introduzindo um modelo numérico simples e consistente para representar  $G(B)$ :

$$dB/dt = r B (B_{\infty} - B) / B_{\infty}, \text{ onde} \quad (1.1)$$

$$G(B) = r B (B_{\infty} - B) / B_{\infty},$$

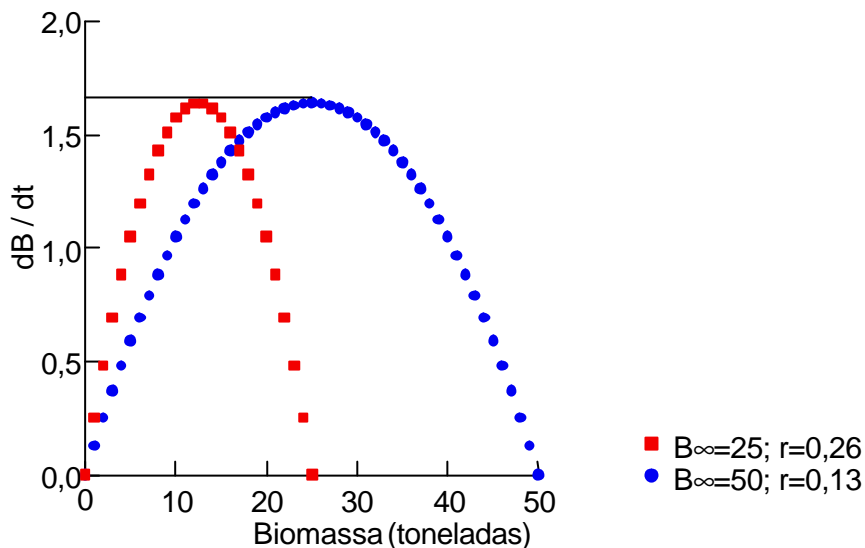
$B$  = biomassa do estoque,

$B_{\infty}$  = biomassa máxima que o estoque pode atingir na condição de equilíbrio

$t$  = tempo, convencionalmente em anos,

$r$  = taxa instantânea de crescimento de um estoque; Ricker (1975) utiliza  $k$ , Hutchinson (1981) e Quinn e Deriso (1999) utilizam  $r$ , e Pitcher e Hart (1982) atribuem  $k$  para o crescimento em biomassa e  $r$  para o crescimento em número.

A relação entre a taxa de variação da biomassa de um estoque (produção excedente) e sua biomassa,  $B$ , (Equação 1.1), gera uma parábola como ilustrado na Fig.1. Observa-se que dois estoques hipotéticos com  $B_{\infty}$  diferentes, respectivamente 25 e 50 toneladas, podem apresentar a mesma taxa máxima de produção de biomassa igual a 1,64 toneladas/ano, permitindo o mesmo desfrute pela pesca. Neste caso, há uma compensação na taxa instantânea de crescimento da biomassa,  $r$ , respectivamente igual a 0,26 e 0,13 ano<sup>-1</sup>.



**Fig. 1.** Taxa de variação da biomassa (produção excedente) de dois estoques hipotéticos em relação a sua biomassa: (1)  $B_{\infty} = 25$  toneladas;  $r = 0,26 \text{ ano}^{-1}$  e (2)  $B_{\infty} = 50$  toneladas;  $r = 0,13 \text{ ano}^{-1}$ .

Integrando-se a taxa de produção excedente do estoque proposta por Graham (1.1), obtém-se o modelo de crescimento logístico do estoque, que é a base de todo este desenvolvimento:

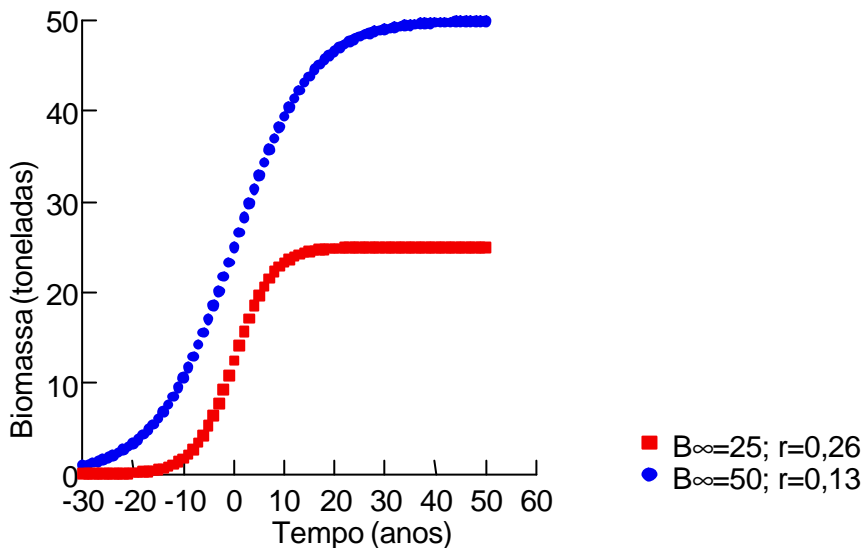
$$B_t = B_{\infty} / [1 + \exp(-r(t - t_0))]$$

$B_t$  = biomassa do estoque no instante  $t$

$t$  = tempo, convencionalmente em anos

$t_0$  = tempo inicial, convencionalmente em anos

Se um estoque encontra-se em equilíbrio e cessa o esforço de pesca, sua biomassa aumenta pela taxa estabelecida em (1.1), que corresponde a um crescimento da biomassa total do estoque em relação ao tempo segundo a equação acima, descrevendo uma curva de crescimento em forma de "S", a curva logística de Verhulst. Veja os exemplos na Fig. 2.



**Fig. 2.** Aumento da biomassa de dois estoques hipotéticos em função do tempo: (1)  $B_{\infty} = 25$  toneladas;  $r = 0,26 \text{ ano}^{-1}$  e (2)  $B_{\infty} = 50$  toneladas;  $r = 0,13 \text{ ano}^{-1}$

Quando a captura equivale exatamente à produção excedente do estoque, assume-se que a pesca está em equilíbrio, obtendo-se a produção de equilíbrio,  $dB/dt = Y_E$ :

$$Y_E = F_E B_E = r B_E (B_{\infty} - B_E) / B_{\infty}, \quad (1.2)$$

$$Y_E = r B_E - (r / B_{\infty}) B_E^2, \quad \text{onde} \quad (1.3)$$

$Y_E$  = produção do estoque em equilíbrio,

$B_E$  = biomassa do estoque em equilíbrio,

$F_E$  = taxa instantânea de mortalidade por pesca, que mantém o estoque em equilíbrio com biomassa  $B_E$ .

Observa-se que a relação entre produção excedente,  $Y_E$ , e biomassa,  $B_E$ , (1.3) é uma equação quadrática com sinal negativo no segundo termo, cujo gráfico é representado por uma parábola emborcada para baixo com um ponto de máximo.



## 19 *Introdução aos Modelos de Produção Excedente: uma Ferramenta para o Manejo Pesqueiro*

Derivando-se (1.3) e igualando-se a zero obtém-se esse máximo, que corresponde a uma certa biomassa,  $B_E$ , da qual pode-se extrair a maior produção de  $Y_E$ , denominadas, respectivamente, de biomassa ótima do estoque,  $B_{MSY}$  e produção máxima sustentável,  $Y_{MSY}$ .

Como a parábola é simétrica,  $B_{MSY}$  corresponde à metade da biomassa máxima,  $B_\infty$ , que o estoque pode atingir na condição de equilíbrio:

$$B_{MSY} = B_\infty / 2, \quad \text{onde} \quad (1.4)$$

$B_{MSY}$  = biomassa ótima do estoque.

Substituindo-se (1.4) em (1.3) obtém-se a produção máxima sustentável:

$$Y_{MSY} = r B_\infty / 4, \quad \text{onde} \quad (1.5)$$

$Y_{MSY}$  = produção máxima sustentável.

Então, em termos práticos, segundo esse modelo, quando um estoque pesqueiro foi reduzido à metade de sua biomassa máxima, ele apresenta a maior taxa anual de reposição ou crescimento líquido, que vem a ser a produção excedente disponível para a pesca (1.4). Ao mesmo tempo, a quantidade máxima que pode ser capturada a partir de um estoque, é diretamente proporcional ao tamanho máximo que esse estoque pode alcançar,  $B_\infty$  e à sua taxa instantânea de crescimento,  $r$  (1.5).

É possível ainda relacionar a taxa instantânea de crescimento,  $r$ , à taxa de mortalidade por pesca,  $F_{MSY}$ , e ao esforço ótimo de pesca,  $f_{MSY}$ , na produção máxima sustentável. Substituindo-se  $Y_{MSY}$  pelo produto  $F_{MSY} B_{MSY}$  (análogos a  $Y_E = F_E B_E$  de (1.2)) em (1.5) e dividindo-se ambos os lados por (1.4), obtendo-se:

$$F_{MSY} = r / 2, \quad \text{onde} \quad (1.6)$$

$F_{MSY}$  = taxa instantânea de mortalidade por pesca na produção máxima sustentável.

$$\text{Desde que} \quad F = q f, \quad \text{onde} \quad (1.7)$$

$q$  = capturabilidade,  
 $f$  = esforço de pesca,

e substituindo-se  $F_{MSY}$  de (1.6) em (1.7), obtém-se o esforço ótimo de pesca:

$$f_{MSY} = r / 2 q, \text{ onde} \quad (1.8)$$

$f_{MSY}$  = esforço ótimo de captura.

Rearranjando-se os termos de (1.2) demonstra-se que, sob as condições de equilíbrio, existe uma relação quadrática entre a produção excedente,  $Y_E$  e a taxa de mortalidade por pesca,  $F_E$  e o esforço de pesca,  $f_E$ :

$$Y_E = B_{\infty} F_E - (B_{\infty} / r) F_E^2. \quad (1.9)$$

Como  $F_E = q \cdot f_E$ , pode-se substituir  $F_E$  por  $q \cdot f_E$  em (1.9):

$$Y_E = q B_{\infty} f_E - q (B_{\infty} / r) f_E^2, \text{ onde} \quad (1.10)$$

$f_E$  = esforço de pesca na condição de equilíbrio.

Substituindo-se  $q B_{\infty}$  por  $a$ , e  $q (B_{\infty} / r)$  por  $b$ :

$$Y_E = a f_E - b f_E^2, \text{ onde} \quad (1.11)$$

$a$  e  $b$  = coeficientes.

Dividindo-se (1.11) por  $f_E$  obtém-se a equação da reta:

$$Y_E / f_E = a - b f_E. \quad (1.12)$$

Observa-se que (1.11) é uma equação quadrática com sinal negativo no segundo termo, portanto, uma parábola emborcada para baixo com um ponto de máximo. Derivando-se (1.11) e igualando-se a zero obtém-se esse ponto de máximo, que corresponde ao esforço ótimo de pesca ou máximo sustentável,  $f_{MSY}$ , empregado para extrair a produção máxima sustentável,  $Y_{MSY}$ :

$$f_{MSY} = f_E = a / 2 b. \quad (1.13)$$

Substituindo-se  $f_{MSY}$  por  $a / 2b$  em (1.11) estima-se a produção máxima sustentável,  $Y_{MSY}$ :

$$Y_{MSY} = a^2 / 4 b. \quad (1.14)$$

## 21 Introdução aos Modelos de Produção Excedente: uma Ferramenta para o Manejo Pesqueiro

Portanto, a produção máxima sustentável  $Y_{MSY}$ , e o esforço ótimo  $f_{MSY}$ , podem ser estimados diretamente a partir dos estimadores  $a$  e  $b$  da relação de equilíbrio entre produção e esforço, sem que se conheça a capturabilidade,  $q$ , e a biomassa do estoque,  $B$  (Ricker, 1975).

### Modelo de Fox

Gulland (1961) *apud* Ricker (1975) postulou que a abundância de uma determinada classe-anual explorada, em qualquer instante,  $N_t$ , depende, parcialmente, dos níveis de esforço pesqueiro que prevaleceram durante os anos em que essa classe esteve sujeita à pesca, ( $e^{-Ft}$ ). Portanto, deve haver alguma relação entre a abundância do estoque e o esforço de pesca já empreendido, sobretudo se o recrutamento e a mortalidade mantiveram-se razoavelmente constantes. Essa afirmativa de Gulland (1961) *apud* Ricker (1975) foi considerada nas equações (1.15) e (1.16). Na primeira, o número de indivíduos de uma determinada coorte ou classe anual ( $N_t$ ) depende de seu tamanho inicial ( $N_0$ ), de sua taxa de mortalidade total ( $Z$ ) e do tempo transcorrido, em uma relação exponencial negativa:

$$N_t = N_0 e^{-Zt}, \text{ onde} \quad (1.15)$$

$N_t$  = tamanho de uma classe-anual no instante  $t$ ,

$N_0$  = tamanho inicial da classe-anual,

$Z$  = taxa de mortalidade total,

$t$  = tempo em anos.

Substituindo-se  $Z = M + F$  em (1.15):

$$N_t = N_0 e^{-(M+F)t} = N_0 e^{-Mt} e^{-Ft}, \text{ onde} \quad (1.16)$$

$M$  = taxa de mortalidade natural,

$F$  = taxa de mortalidade por pesca,

$e^{-Mt}$  = efeito da mortalidade natural,

$e^{-Ft}$  = efeito da mortalidade por pesca.

Ricker (1975) prossegue: considerando-se os processos biológicos envolvidos, espera-se que a relação entre a captura explorada em número de indivíduos por unidade de esforço médio,  $C/f_m$  e o esforço médio de pesca,  $f_m$ , dos últimos anos, seja negativa e de concavidade voltada para cima. Qualquer aumento do esforço médio sobre essa classe implica um aumento proporcional da taxa de mortalidade

média por pesca,  $f_m$  e, portanto, um aumento proporcional da mortalidade média total,  $Z_m$ . Se a mortalidade natural,  $M$ , for muito alta, o efeito de  $F_m$  é menos evidente. Relacionando-se a captura em peso ( $Y$ ) ao invés de número ( $C$ ), *versus* o esforço médio, observa-se que, à medida que o esforço de pesca aumenta, diminui o tamanho médio dos peixes capturados, o que torna a curvatura da linha  $Y/f_m$  contra  $f_m$  mais acentuada do que  $C/f_m$  *versus*  $f_m$ .

Baseando-se nesses princípios, Garrod (1969) sugeriu o ajuste de uma equação exponencial negativa ao método de Gulland, enquanto Fox (1970) detalhou os procedimentos, substituindo  $Y/f$  da equação (1.12) pelo seu logaritmo,  $\ln(Y/f)$ , obtendo-se (1.17), adotando ainda:

$U_E = Y_E/f_E$ , captura por unidade de esforço no equilíbrio.

$U_\infty = U_E$ , quando a população encontra-se no tamanho máximo de equilíbrio.

$$\ln(Y_E/f_E) = \ln U_E = a - b f_E \quad (1.17)$$

Ajustando-se a equação da reta (1.17) aos dados observados estima-se os coeficientes  $a$  e  $b$ . Quando o esforço tende para zero o intercepto  $a$  tende para  $U_\infty$ , portanto  $a = \ln U_\infty$  e  $U_\infty = e^a$ . Tomando-se o antilogaritmo de (1.17) e substituindo-se  $a$ , obtém-se (1.18):

$$U_E = e^{(a - b \cdot f_E)} = e^{\ln U_\infty} \cdot e^{-b f_E},$$

$$U_E = Y_E/f_E = U_\infty e^{-b f_E},$$

$$Y_E = f_E U_\infty e^{-b f_E} \quad (1.18)$$

Veja que (1.18) tem o mesmo formato das Equações (1.15) e (1.16). Derivando-se (1.18) em relação a  $f_E$  encontra-se (1.19):

$$Y'_E = U_\infty (1 \cdot e^{-b f_E} + f_E \cdot e^{-b f_E} \cdot (-b \cdot 1))$$

$$Y'_E = U_\infty (e^{-b f_E} - b \cdot f_E \cdot e^{-b f_E})$$

$$Y'_E = (U_\infty e^{-b f_E}) \cdot (1 - b \cdot f_E) \quad (1.19)$$

Igualando-se (1.19) a zero encontra-se o ponto de máximo da função, que corresponde à captura máxima sustentável. A solução é obtida quando um dos fatores for igual a zero. Como o fator  $(U_\infty e^{-b f_E})$  não pode ser zero (1.18), efetua-se  $(1 - b f_E) = 0$ , encontrando-se o esforço máximo sustentável  $f_{MSY}$ :

## 23 *Introdução aos Modelos de Produção Excedente: uma Ferramenta para o Manejo Pesqueiro*

$$f_{MSY} = 1/b. \quad (1.20)$$

Os termos  $f = 1/b$  e  $U_{\infty} = e^a$  podem ser substituídos em (1.18), obtendo-se a captura máxima sustentável,  $Y_{MSY}$

$$Y_{MSY} = (1/b) \cdot U_{\infty} \cdot e^{-b \cdot 1/b} = (U_{\infty}/b) \cdot e^{-1} = (U_{\infty} \cdot e^{-1})/b,$$

$$Y_{MSY} = e^a \cdot e^{-1}/b,$$

$$Y_{MSY} = e^{a-1}/b. \quad (1.20)$$

Embora não seja essencial conhecer o tamanho de um estoque e a taxa de mortalidade por pesca ( $F$ ), esses parâmetros podem ser estimados através da capturabilidade ( $q$ ), cujas melhores estimativas são obtidas por meio de informações independentes como marcação e captura (Ricker 1975).

### **Modelo de Pella e Tomlinson**

Como foi dito anteriormente, Pella e Tomlinson (1979) desenvolveram um modelo geral, adicionando um parâmetro,  $m$ , na relação entre a produção ( $Y$ ) e a biomassa do estoque ( $B$ ). Entre outras situações, este modelo pode ser reduzido aos modelos de Schaefer ( $m = 2$ ) e Fox ( $m = 1$ ).

A Expressão (1.22) é uma forma mais geral da Equação (1.3), na qual o expoente 2 é substituído pelo parâmetro  $m$ .

$$Y_E = r B - (r/B_{\infty}) B^m \quad (1.22)$$

Esta equação pode ser rescrita em uma relação entre  $Y$  e  $F$  ou  $f$  conforme (1.23), análogo às passagens das equações (1.9) à (1.11).

$$Y_E = F (B_{\infty} - B_{\infty} F/r)^{1/(m-1)} = q f (B_{\infty} - B_{\infty} q f/r)^{1/(m-1)} \quad (1.23)$$

### **Limitações dos modelos de produção excedente**

Como foram mencionadas anteriormente, as relações entre captura e esforço e entre CPUE e esforço, são a base para a aplicação dos modelos de produção excedente e correspondem a uma das maiores vantagens desses modelos, pois são o tipo de informação obtida com facilidade na maioria das pescarias (Pitcher e Hart, 1982). Entretanto, vários autores discutem acerca de algumas limitações

importantes no emprego desses modelos. A primeira limitação é que somente é possível determinar a produção máxima de um estoque,  $Y_{MSY}$ , (o topo da curva) ultrapassando-a, isto é, sobreexplorando-se o estoque, e quanto mais imprecisos forem os dados, mais além do topo é necessário ir antes de se ter certeza que ele realmente foi atingido (Pitcher e Hart, 1982; Sparre et al. 1989, Hilborn e Walters, 1992). A segunda limitação apontada por Hilborn e Walters (1992), que vem a ser uma questão de administração da pesca propriamente dita, é a dificuldade em se reduzir o esforço de pesca ao nível ótimo estimado. Isto envolve espinhosas questões políticas e sociais, como a diminuição do número de pescadores ou a redução da captura individual de todos. Como a CPUE diminui com o aumento do esforço de pesca, ao se atingir a  $Y_{MSY}$  o retorno dos pescadores profissionais, por dia de pesca, já é muito menor do que o retorno anteriormente obtido no início das pescarias. Os autores argumentam então que, diminuir o esforço de pesca em 20 ou 30% para o nível de  $f_{MSY}$ , nesse momento em que os pescadores encontram-se numa difícil situação financeira, é a “receita de um desastre”. Portanto, continuam, como não é possível prever o valor de  $Y_{MSY}$  nos estágios anteriores, é preciso concentrar os esforços de avaliação de estoques durante a fase de desenvolvimento da pesca, procurando (1) assegurar a detecção do topo tão rápido quanto possível e (2) criar mecanismos dentro da pesca que possibilitem a redução do esforço quando necessário. Entre esses mecanismos enumeram táticas biológicas como estabelecer áreas de refúgio onde não se pesca durante a fase de desenvolvimento, assim como táticas econômicas impondo-se taxas e impostos que possam ser reduzidas posteriormente, compensando-se as capturas menores. Outra limitação inerente aos modelos de produção excedente é que eles normalmente requerem a coleção de alguns anos de dados para que as tendências da pesca se revelem, e eventualmente as flutuações da política de pesca podem interromper os projetos antes de se obter um conjunto adequado de dados, como já ocorreu em Mato Grosso do Sul durante os trabalhos de Silva (1986).

Pitcher e Hart (1982) ponderam que, ao mesmo tempo em que a simplicidade é uma das qualidades dos modelos de produção excedente, essa é também sua maior desvantagem, pois eles ignoram os processos biológicos de crescimento, recrutamento e mortalidade que geram a biomassa, expressa pela função de produção  $G(B)$ , que relaciona o crescimento do estoque ao seu tamanho (equação 1.1). Consideram que esses processos podem ser drasticamente alterados em função da estrutura etária das populações, a qual também não é considerada nos modelos de produção excedente. Os autores exemplificam: partindo-se da condição de um estoque virgem para um estoque em exploração, esses modelos tendem a dar respostas muito otimistas, pois após um grande aumento do esforço de pesca a estrutura etária da população é muito alterada, e a contribuição dos peixes maiores para o recrutamento poderia ser gravemente reduzida, mas isso não é considerado nesses modelos.

Roughgarden (1998) considera que a maior contribuição de um cientista pescueiro é a definição da função de produção para a pesca (equação 1.1). O autor descreve que os economistas utilizam essa curva para determinar o tamanho ótimo do estoque (target size) e sua taxa de exploração. Tradicionalmente, a teoria econômica recomenda que o tamanho ótimo do estoque deve estar à esquerda do pico dessa curva, para se auferir o maior lucro da atividade. No entanto, alerta o autor, quando o estoque se encontra à esquerda desse pico apresenta equilíbrio instável quando é submetido a uma captura constante. Note-se que uma posição à esquerda do pico da função de produção corresponde a uma posição à direita da curva de captura versus esforço, ou seja, a um nível de exploração maior que a captura máxima sustentável. Shepherd (1988) acrescenta que, se a captura permanece sistematicamente além do valor de  $Y_{MSY}$ , pode-se prever com razoável certeza que ela não será sustentável. Baseando-se na função de produção, Roughgarden (1998) realizou um estudo de simulação variando a taxa intrínseca de crescimento do estoque,  $r$ , e a biomassa máxima,  $B_{\infty}$  (ou  $K$  = capacidade suporte do ambiente), simulando os efeitos das alterações ambientais como, por exemplo, anos mais cheios ou mais secos, sobre esses parâmetros. Obteve resultados muito interessantes, que considerou provocativos em relação às recomendações usuais: observou que à medida que as variações ambientais aumentam (e induzem maior alteração dos parâmetros  $r$  e  $K$ ), também aumenta o tamanho ótimo que o estoque deve ter, para se obter o melhor retorno econômico, aproximando-se do tamanho igual a  $(3/4) B_{\infty}$ . O autor observou ainda que, quanto maior forem as variações ambientais, maior deve ser mantido o tamanho do estoque para evitar o seu colapso nos próximos 50 anos de pesca. Concluindo, Roughgarden (1998) sugere que é inevitável o colapso da pesca se o estoque for mantido à esquerda do pico da curva da função de produção, como recomenda a teoria econômica tradicional. Ao invés disso, propõe como objetivo do manejo manter o tamanho do estoque à direita desse pico, onde apresenta equilíbrio estável, mesmo sob uma política de captura constante; especificamente, ele recomenda um tamanho igual a  $3/4$  do tamanho máximo do estoque.

Welcomme (1999) argumenta que os modelos derivados da pesca marinha para o manejo de pescarias monoespecíficas, que utilizam um único aparelho de captura, dificilmente se aplicam para a maioria das pescarias de águas interiores, e podem ser inadequados para prever as alterações no nível das comunidades. Segundo Merona e Bittencourt (1988) o conceito de produção máxima sustentável ( $Y_{MSY}$ ) é teoricamente válido para as condições oceânicas, onde os estoques são pouco afetados pelas flutuações do ambiente, situação que raramente ocorre nos rios, ao mesmo tempo que a grande diversidade das pescarias interiores pode mascarar as variações na abundância dos estoques. Welcomme (1999, 2001) acrescenta que as pescarias de águas interiores, em geral são multiespecíficas e complexas quanto às estratégias de pesca e ao uso de aparelhos, assim como em seus contextos sociais e econômicos. De acordo com esse autor, algumas tentativas de

se aplicar os modelos de produção excedente para o manejo de pescarias monoespecíficas de espécies economicamente importantes de água doce falharam, principalmente, pela dificuldade em se implementar as recomendações desses estudos.

Funções e equações

Funções de crescimento de biomassa,  $G(B)$ , dos modelos clássicos de produção excedente, segundo Pitcher e Hart (1982).

Schaefer:	$G(B) = dB/dt = r B (1 - (B/B_{\infty})) - H(f)$
Fox:	$G(B) = dB/dt = r B (-\ln(B/B_{\infty})) - H(f)$
Pella e Tomlinson:	$G(B) = dB/dt = r B (1 - (B^{m-1}/B_{\infty})) - H(f)$

$H(f)$  = função do esforço de pesca

Estimativa da captura máxima sustentável,  $Y_{MSY}$ , e do esforço ótimo de pesca,  $f_{MSY}$ , a partir dos coeficientes das equações de rendimento dos modelos de Schaefer e Fox.

Modelo	Equação de rendimento	$Y_{MSY}$	$f_{MSY}$
Schaefer	$Y/f = a - b f$	$- a^2 / 4b$	$- a / 2b$
Fox	$\ln(Y/f) = a - b f$	$-(e^{a-1})/b$	$-1/b$

Obs: este sinal negativo é apenas uma correção para que as estimativas fiquem positivas, pois “b” é negativo.



## Referências Bibliográficas

- FOX, W.W. An exponential yield model for optimizing exploited fish populations. In: **Trans. Am. Fish. Soc.**, v.99, p.80-88, 1970.
- GARROD, D. J. North Atlantic cod: fisheries and management to 1986. In: GULLAND, J. A. (ed.). **Fish population dynamics: the implications for management**. Chichester: John Wiley & Sons, 1988. p.185-218.
- GRAHAM, M. Modern theory of exploiting a fishery and application to North Sea trawling. **J. Cons. Int. Explor. Mer**, v.10, p.264-274, 1935.
- HILBORN, R.; WALTERS, C. J. **Quantitative Fisheries Stock Assessment : Choice, Dynamics and Uncertainty**. New York: Chapman & Hall, 1992
- HUTCHINSON, G. E. **Introducción a la ecología de poblaciones**. Barcelona: Editorial Blume, 1981. 492 p.
- MERONA, B.; BITTENCOURT, M. M. A pesca na Amazônia através dos desembarques no mercado de Manaus: Resultados preliminares. **Memória da Sociedade de Ciências Naturales La Salle**, v.48, supl.433-453, 1988.
- PELLA, J. J.; TOMLINSON, P. K. A generalized stock production model. **Bull. Inter-Am. Trop. Tuna Comm.**, v.13, p.419-496, 1969.
- PITCHER, T. J.; HART, P. J. B. **Fisheries ecology**. Londres: Croon Helm Ltd., 1982.
- QUINN-II, T. J.; DERISO, R. B. **Quantitative Fish Dynamics**. New York: Oxford University Press, 1999.
- RICKER, W. E. Computation and interpretation of biological statistics of fish populations. **Bull. Fish. Res. Board Can.**, v.191, p.382, 1975.
- ROUGHGARDEN, J. How to manage fisheries. **Ecological Applications**, v. 8, n.1, p.S160-S164, 1998.
- SCHAEFER, M. B. Some aspects of the dynamics of populations important to the management of the commercial marine fisheries. **Bull. Inter-Am. Trop. Tuna Comm.**, v.1, n.2, p.27-56, 1954.

SHEPHERD, J. G. Fish stock assessment and their data requirements. In: GULLAND, J. A. (ed.). **Fish population dynamics: the implications for management**. Chichester: John Wiley & Sons, 1988. 522p.

SILVA, M. V. **Mitos e verdades sobre a pesca no Pantanal sul-matogrossense**. Campo Grande: FIPLAN-MS, 1986. 146 p.

SPARRE, P.; URSIN, E.; VENEMA, S.C. **Introduction to tropical fish stock assessment**. Part 1. Manual. Rome: FAO, 1989.

WELCOMME, R. L. A review of a model for qualitative evaluation of exploitation levels in multi-species fisheries. **Fisheries Management and Ecology**, v.6, p.1-19, 1999.

WELCOMME, R. L. **Inland fisheries: ecology and management**. Oxford: FAO, Blackwell Science, 2001. 358p.



---

***Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária***  
***Centro de Pesquisa Agropecuária do Pantanal***  
***Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento***

Rua 21 de setembro, 1880 - Caixa Postal 109

CEP 79320-900 Corumbá-MS

Telefone: (67)233-2430 Fax (67) 233-1011

<http://www.cpap.embrapa.br>

email: [sac@cpap.embrapa.br](mailto:sac@cpap.embrapa.br)

**Ministério da Agricultura,  
Pecuária e Abastecimento**